Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. W. Jäger
Julian Scheuer

Sommersemester 2012
15.06.2012
Blatt 9

Übungen zur Vorlesung
Funktionalanalysis

Aufgabe 9.1 (4 Punkte)
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen, μ das Lebesgue-Maß auf Ω sowie $1 < p < \infty$. Zeigen Sie, dass sowohl $L^p_\mu(\Omega)$ als auch $l^p(\mathbb{R})$ reflexiv sind.

Aufgabe 9.2 (4 Punkte)
Sei X ein unendlichdimensionaler Banachraum. Zeigen Sie, dass jede algebraische Basis von X überabzählbar ist.

Aufgabe 9.3 (4 Punkte)
Sei $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ ein Hilbertraum und $A\colon H \to H$ linear und symmetrisch, d.h.

$$\forall x, y \in H\colon \langle Ax, y \rangle = \langle x, Ay \rangle.$$

Beweisen Sie, dass A stetig ist.

Aufgabe 9.4 (4 Punkte)
Seien X, Y, Z Banachräume und $B\colon X \times Y \to Z$ bilinear. Beweisen Sie:

$$\forall y \in Y\colon B(\cdot, y) \in \mathcal{L}(X, Z) \wedge \forall x \in X\colon B(x, \cdot) \in \mathcal{L}(Y, Z) \Rightarrow \exists C > 0\colon \|B(x, y)\| \leq C\|x\|\|y\|.$$

Abgabe: Freitag, 22.06.2012, 17 Uhr.