

Mathematik A und B für die Molekulare Biotechnologie, WS 2002 und SS 2003

Wiederholungsfragen und Stichwörter zur Selbstkontrolle

MATHEMATIK A

Logik

1. Wahrheitstafel.
2. Wahrheitstafeln von \vee , \wedge , \Rightarrow , \Leftrightarrow
3. Verneinung. Wie verneint man $A \wedge B$?
4. Menge, Variable, Aussageform.
5. Vollständige Induktion, Rekursion
6. Widerspruchsbeweis.
7. Satz von Fermat*.

Folgen und Reihen

8. Folgen. Monotonie. Beschränktheit.
9. Konvergenz einer Folge gegen einen Grenzwert (Definition)
10. Cauchy-Folge (Definition)
11. Teilfolge, Häufungspunkt.
12. geschlossenes, offenes und halboffenes Intervall.
13. Supremum und Infimum (Welchen Wert hat $\sup(]0, 1[)$?)
14. Limes superior und inferior *
15. Reihe. Partialsumme.
16. Cauchy-Kriterium für Konvergenz einer Reihe.

17. Harmonische Reihe. Konvergenz?
18. Geometrische Reihe. Konvergenz? Wann?
19. Alternierende Reihe.
20. Absolute Konvergenz.
21. Majorantenkriterium.
22. Quotientenkriterium*.

Binomialkoeffizient

23. Binomialkoeffizient, Definition.
24. Binomialkoeffizient, Bedeutung.
25. Binomischer Lehrsatz. $(x + y)^n = ?$
26. Paar, Tripel, n -Tupel.
27. Fakultät. Bedeutung.

Exponentialfunktion

28. Darstellung von e als Reihe.
29. Exponentialreihe/-funktion.
30. Funktionalgleichung der Exponentialfunktion: $\exp(x + y) = ?$
31. Skizze von e^x und e^{-x}
32. Natürlicher Logarithmus, Definitionsbereich.
33. Skizze von $\ln(x)$.

34. Allgemeine Potenz b^x zur (positiven) Basis b ? Definition.

35. Logarithmus $\log_b(x)$ zur Basis b ? Definition.

Vektorräume und lineare Abbildungen

36. kartesisches Mengenprodukt, Tupel

37. Abbildung, Graph einer Abbildung

38. Bild, Urbild

39. Vektoraddition, Skalarmultiplikation

40. reeller Vektorraum

41. Untervektorraum

42. Skalarprodukt, euklidische Norm

43. euklidische Distanz (Abstand) zweier Vektoren

44. Dreiecksungleichung

45. Vektorprodukt im \mathbb{R}^3

46. Lineare Hülle, Spann

47. Lineare Unabhängigkeit (Definition)

48. Basis, Dimension

49. Lineare Abbildung

50. Bild, Rang, Kern

51. Dimensionsformel

52. Matrix als lineare Abbildung von \mathbb{R}^n in \mathbb{R}^m

53. Matrixmultiplikation, Verknüpfung linearer Abbildungen

54. reguläre, singuläre Matrix

55. inverse Matrix

56. Lösung linearer Gleichungssysteme mittels Zeilenumformungen

Komplexe Zahlen

57. Körper der komplexen Zahlen

58. kartesische und Polarkoordinaten

59. komplexe Konjugation, Betrag

60. geometrische Bedeutung der Elementaroperationen

61. Fundamentalsatz der Algebra

Analysis im \mathbb{R}

62. Stetigkeit, Zwischenwertsatz

63. Grenzwerte der Art $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

64. Definition der ersten Ableitung und geometrische Bedeutung

65. Ableitungsregeln (Produkt-, Ketten-, Umkehrregel)

66. höhere Ableitungen

67. Eigenschaften und Skizze von e^x , $\ln x$, trigonometrische Funktionen, Polynomen, rationalen Funktionen

68. Taylorentwicklung

69. Extrema: Definitionen, notwendige und hinreichende Bedingungen

Determinanten

70. geometrische Bedeutung von Determinanten und deren Rechenregeln

71. Berechnung der Determinanten von 2×2 - und 3×3 -Matrizen

72. $\det A = 0 \Leftrightarrow A$ singulär.

Eigenwerte und Eigenvektoren

- 73. Eigenwert, Eigenvektor, Eigenraum
- 74. Zerlegung in Eigenräume
- 75. Anwendung bei Iteration von Matrizen (Bsp. Kaninchenpopulation nach Fibonacci)
- 76. Analyse von linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen

Lineare Koordinatentransformation

- 77. Koordinatendarstellungen von Vektoren und linearen Abbildungen zu gegebenen Basen
- 78. Basiswechsel, Koordinatentransformation
- 79. Basis aus Eigenwerten einer Matrix, Diagonalisierung einer Matrix

MATHEMATIK B

Integration im \mathbb{R}

- 80. Riemann-Integral
- 81. Fundamentalsatz der Integral- und Differentialrechnung
- 82. Stammfunktionen elementarer Funktionen: Polynome, $\frac{1}{x}$, e^x , $\ln x$, trigonometrische Funktionen
- 83. partielle Integration, Substitutionsregel
- 84. Uneigentliche Integrale

Skalarprodukte

- 85. Standardskalarprodukt im \mathbb{R}^n
- 86. Skalarprodukt, Winkel, euklidische Norm
- 87. Orthogonalität, orthogonale Projektion, Proximum
- 88. Beispiel für ein Skalarprodukt auf einem Funktionenraum

- 89. Fourier-Reihen

Wahrscheinlichkeitstheorie

- 90. (Elementar)Ereignis, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Wahrscheinlichkeitsraum
- 91. Kombinatorik, Abzählen von endlichen Mengen
- 92. Gleichverteilung
- 93. Wahrscheinlichkeit für sechs Richtige im Lotto
- 94. Bedingte Wahrscheinlichkeit
 $P(A|B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- 95. Formel von Bayes
- 96. Unabhängigkeit
- 97. n -facher Münzwurf, Binomialverteilung
- 98. allgemein: Beschreibung von mehrfach wiederholten Zufallsexperimenten (s. Produktexperimente)
- 99. (reelle) Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsmaß
- 100. Erwartungswert, Varianz, Streuung
- 101. Zentrierung und Standardisierung einer reellen Zufallsvariablen
- 102. Kovarianz, Korrelationskoeffizient (Bezug zu Abhängigkeit?)
- 103. Tschebyscheff Ungleichung
- 104. (schwaches) Gesetz der großen Zahlen, Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeiten und relativen Häufigkeiten
- 105. diskrete, unendliche diskrete, kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume
- 106. Poisson Verteilung
- 107. Wahrscheinlichkeitsdichte, Verteilungsfunktion

108. Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ mit Dichte $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$
109. Zentraler Grenzwertsatz
- Analysis im \mathbb{R}^n**
110. Kurve, Tangentialvektor, Kurvenlänge
111. Partielle Ableitung
112. Gradient, Niveaulinien (Zusammenhang mit Gradient?)
113. notwendige Optimalitätsbedingung im \mathbb{R}^n
114. Jacobi Matrix, Bedeutung als Linearisierung $f(x) \approx f(\bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial x}(\bar{x})(x - \bar{x})$
115. Totales Differential
116. Sukzessive Integration
117. Integration in 2-D Polarkoordinaten, Flächenelement?
118. Integration in 3-D Polarkoordinaten, Volumenelement?
119. Vektorfeld
120. Wegintegral
121. konservatives Vektorfeld, 2 Definitionen
- Dynamische Systeme**
122. Gewöhnliche Differentialgleichung
123. Zustandsvektor
124. autonomes System
125. Anfangswertproblem (AWP)
126. Wann ist ein AWP eindeutig lösbar?
127. Methode der Separation der Variablen im \mathbb{R}
128. Lineares System
129. Eigenwertanalyse eines linearen autonomen Systems (Was bedeutet ein negativer/positiver Realteil, was der Imaginärteil?)
130. Lösung eines beliebigen AWP mit SCILAB/MATLAB
131. Fixpunkt
132. Linearisierung um den Fixpunkt, Bedeutung
133. zeitdiskretes System, Übertragung der Begriffe: autonom, linear, Fixpunkt
134. Eigenwertanalyse eines zeitdiskreten linearen autonomen Systems (Welche Rolle spielt der Betrag eines Eigenwertes?)
- Statistik**
135. Stichprobe vom Umfang n
136. Schätzer
137. empirischer Mittelwert
138. Streuung des empirischen Mittelwertes einer Stichprobe vom Umfang n
139. Erwartungstreue
140. empirische Varianz
141. Konfidenzintervalle (68 %, 95.5 %, 99.7 %), Zusammenhang mit Streuung eines Schätzers
142. Hypothesentest, Signifikanzniveau bzw. Fehlerwahrscheinlichkeit