INTERDISZIPLINÄRES ZENTRUM FÜR WISSENSCHAFTLICHES RECHNEN DER UNIVERSITÄT HEIDELBERG

Heidelberg, 16. April 2008
Im Neuenheimer Feld 368

Prof. Dr. Dr. h.c. H. G. Bock
Leonard Wirsching

Algorithmische Optimierung 2

SS 2008

1. Übungsblatt

Allgemeine Informationen zum Ablauf der Übungen

Übungsgruppen: Es wird zwei Übungsgruppen geben:

- Montag, 9-11 Uhr, Magdalena Dziedzinska, OMZ U014
- Mittwoch, 16-18 Uhr, Etienne Aubin Mbe Mbock, OMZ U014

Bitte verteilen Sie sich möglichst gleichmäßig auf die Gruppen. Das Bilden von Zweiergruppen zum Bearbeiten der Aufgaben ist erlaubt.

Scheinkriterien: Für einen unbenoteten Schein müssen folgende Kriterien erfüllt werden:

- 50% der Punkte aus den theoretischen Aufgaben,
- 50% der Punkte aus den praktischen Aufgaben,
- mindestens einmal Vorrechnen in der Übungsgruppe.

Wenn Sie einen benoteten Schein benötigen, wenden Sie sich bitte an Ihren Übungsgruppenleiter. Abhänging von der Nachfrage wird es entweder eine Klausur oder mündliche Prüfungen geben.

Aufgaben

1. Aufgabe (Konvexe Optimierung): Zeigen Sie:

a) Sei C eine konvexe Teilmenge von $\mathbb{R}^n$ und $f : C \mapsto \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion. Dann ist jedes lokale Minimum von f auch ein globales Minimum. (1 Punkt)

b) Ist weiterhin f strikt konvex, dann existiert höchstens ein globales Minimum von f. (1 Punkt)

2. Aufgabe (Standardform): Bringen Sie folgende Probleme in die LP-Standardform ($\min c^T x, Ax = b, x \geq 0$):

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3, \\ \text{subject to} \quad & 2 \leq x_1 + x_2 \leq 3, \\ & 4 \leq x_1 + x_3 \leq 5, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & x_1 + x_2 + x_3, \\ \text{subject to} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ & x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & |x_1| + |x_2| + |x_3|, \\ \text{subject to} \quad & x_1 + x_2 \leq 1, \\ & 2x_1 + x_3 = 3. \end{aligned}$$

(2+2+2=6 Punkte)

3. Aufgabe (Modellierung): Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen drei Sorten Müsli (A, B, C) her. Die Anteile in Einheiten(E) und der Gewinn sind in der folgenden Tabelle enthalten.

	A	B	C
Nüsse	2	3	1
Haferflocken	4	1	2
Rosinen	3	4	2
Gewinn	5	4	3

Die Firma kann maximal 5000E Nüsse, 11000E Haferflocken und 8000E Rosinen beschaffen.

a) Formulieren Sie das Problem, einen Produktionsplan mit maximalem Gewinn zu bestimmen, als lineares Programm. (2 Punkte)

b) Geben Sie möglichst gute untere und obere Schranken für den maximalen Gewinn an. (2 Punkte)

4. Aufgabe (Graphische Methode): Gegeben ist folgendes Problem:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & -2x_1 - 3x_2, \\ \text{subject to} \quad & -4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ & x_1 \leq 6, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

a) Löse das Problem graphisch sowohl mit der oben gegebenen Kostenfunktion als auch mit der Kostenfunktion $2x_1 - 3x_2$. (2 Punkte)

b) Was sind die Basislösungen des Problems? (2 Punkte)

Praktische Aufgabe 0 (Vorbereitung): Für die kommenden praktischen Aufgaben empfehlen wir Ihnen, sich nochmal mit dem Programmieren in einer LINUX Umgebung vertraut zu machen. Wir werden auf Standardsoftware wie BLAS und LAPACK zurückgreifen. Für die Arbeit unter MS Windows können Sie auf der Übungshomepage die Files und die Anleitung zur Installation eines MinGW(*Min*imal *G*NU for *W*indows)-Systems herunterladen.

Abgabetermin: 24.05.2008, 11:15 Uhr (vor der Vorlesung)