Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg
Prof. Dr. Dr. h.c. H. G. Bock
Leonard Wirsching

Heidelberg, 5. Juni 2008
Im Neuenheimer Feld 368

Algorithmische Optimierung 2

SS 2008

6. Übungsblatt

21. Aufgabe (Postoptimalitätsanalyse): Löst man das Problem

$$\begin{array}{lrcr} \min & 34x_1 + 30x_2 + 35x_3 & & \\ \text{s.t.} & -2x_1 - 2x_2 & \leq & -6 \\ & 2x_1 + x_2 + 3x_3 & \geq & 5 \\ & -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 & \leq & -7 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

mit der Standardform

$$\begin{array}{lrcr} \min & 34x_1 + 30x_2 + 35x_3 & & \\ \text{s.t.} & -2x_1 - 2x_2 + x_4 & = & -6 \\ & 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_5 & = & 5 \\ & -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_6 & = & -7 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq & 0 \end{array}$$

mit dem dualen Simplexalgorithmus, so erhält man als optimale Lösung den Vektor $(2, 1, 0, 0, 0, 1)^T$ mit der dazugehörigen Basis $B = \{2, 1, 6\}$, Nichtbasis $N = \{5, 4, 3\}$ und den Vektoren $y = (-13, 4, 0)$ und $z_N = (4, 13, 23)$. Der optimale Zielfunktionswert ist dann 98.

Lösen Sie das Problem mit der zusätzlichen Restriktion

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$

Verwenden Sie die Optimallösung von oben zur Erzeugung einer neuen Startlösung (Postoptimierung).

(4 Punkte)

22. Aufgabe (Newtonmatrix des IP-Verfahrens): Zeigen Sie: Hat A vollen Zeilenrang und gilt $x, z > 0$, dann ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & A^T & I \\ A & 0 & 0 \\ Z & 0 & X \end{pmatrix}$$

regulär.

(4 Punkte)

23. Aufgabe (KKT-Bedingungen): Diese Aufgabe soll zeigen, dass die Bedingung $(x, z) \geq 0$ unentbehrlich dafür ist, Lösungen des KKT-Systems als Lösungen des LPs zu identifizieren. Betrachten Sie folgendes LP in $\mathbb{R}^2$.

$$\min x_1, \quad \text{subject to } x_1 + x_2 = 1, \quad (x_1, x_2) \geq 0.$$

Zeigen Sie, dass

$$x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y^* = 0, \quad z^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die primal-duale Lösung des LPs ist. Überprüfen Sie, dass das System $F(x, y, z) = 0$ aus der Vorlesung (Skript S.55, Abschnitt 5.2) auch die Lösung

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y = 1, \quad z = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

hat, die mit der Lösung des LPs nichts zu tun hat.

(4 Punkte)

24. Aufgabe ($\mathcal{N}_2$ und $\mathcal{N}_{-\infty}$): Zeigen Sie, dass für $\gamma \leq 1 - \theta$ gilt:

$$\mathcal{N}_2(\theta) \subset \mathcal{N}_{-\infty}(\gamma).$$

(4 Punkte)

Abgabetermin: 12. Juni 2008, 11:15 Uhr (vor der Vorlesung)